

**Artículo de investigación****Recepción:** 28 de junio de 2018**Aprobación:** 24 de enero de 2019

# DIAGNÓSTICO DEL PENSAMIENTO MÉTRICO CON ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO

METRIC THINKING DIAGNOSIS WITH SEVENTH GRADE  
STUDENTS

**Angela Rocío Tuta Mora**

Especialista en Informática para la docencia  
Colegio Cooperativo Reyes Patria.  
(Sogamoso, Colombia)  
angela.tuta@uptc.edu.co

**Arley Zamir Chaparro Cardozo**

Magister en Educación  
Universidad Pedagógica y Tecnológica de  
Colombia.  
(Tunja, Colombia)  
arley.chaparro@uptc.edu.co

**José Francisco Leguizamón Romero**

Doctor en educación  
Universidad Pedagógica y Tecnológica de  
Colombia.  
(Tunja, Colombia)  
<https://orcid.org/0000-0002-4131-9582>  
francisco.leguizamon@uptc.edu.co

### Resumen

Se presentan los resultados de la fase diagnóstica de una investigación más amplia, que tuvo como objetivo fortalecer el pensamiento métrico en estudiantes de grado séptimo a través de situaciones del contexto extraescolar, ya que se pudo evidenciar que los estudiantes solo realizan procesos de conversión, descuidando la construcción de la magnitud objeto de la medición y su comprensión; es por esto que, se realizó un análisis mixto para poder comprender lo que el estudiante entiende por medición y conocer las dificultades sobre los conceptos asociados al pensamiento métrico. Uno de los resultados que arroja la prueba diagnóstica, es que a los estudiantes les falta profundizar más en cuanto al proceso de la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, que va ligado con la comunicación, pero también se debe lograr una mejor claridad acerca del objeto matemático sobre el que actúa el estudiante y la delimitación de la acción que sobre dicho objeto va a ejecutar según el propósito o fin a lograr.

**Palabras clave:** pensamiento métrico, medición, enseñanza de las matemáticas, escuela secundaria, plan de estudios secundarios.

### Abstract

The results of the diagnostic phase of a broader research are presented, which had the objective of strengthening metric thinking in seventh grade students through situations of the extracurricular context, since it could be evidenced that students only perform conversion processes, by neglecting the construction of the magnitude that is the object of the measurement and its comprehension; for this reason, a mixed analysis was carried out in order to understand what the student understands by measurement and to know the difficulties on the concepts associated with metric thinking. One of the results of the diagnostic test is students need to go deeper into the process of elaboration, comparison and exercise procedures, which is connected with communication, but it is also necessary to achieve better clarity about the mathematical object on which the student acts and the delimitation of the action that the student is going to perform on that object according to the purpose or goals to be achieved.

**Keywords:** metric thinking, measurement, mathematics teaching, secondary school, secondary curriculum.

## DIAGNÓSTICO DE PENSAMENTO MÉTRICO COM ESTUDANTES DE SÈTIMA SERIE

### Resumo

São apresentados os resultados da fase diagnóstica de uma investigação mais ampla, que objetivou fortalecer o pensamento métrico em alunos da sétima série através de situações no contexto extracurricular, uma vez que pôde ser evidenciado que os alunos realizam apenas processos de conversão, negligenciando a construção do objeto de magnitude da medição e seu entendimento; Por isso, foi realizada uma análise mista para entender o que o aluno entende por mensuração e conhecer as dificuldades sobre os conceitos associados ao pensamento métrico. Um dos resultados do teste de diagnóstico é que os alunos precisam aprofundar o processo de elaboração, comparação e exercício de procedimentos, que está vinculado à comunicação, mas com maior clareza sobre o objeto matemático no qual o aluno age e a delimitação da ação que será executada no objeto de acordo com o objetivo ou objetivo a ser alcançado.

**Palavras-chave:** pensamento métrico, medição, ensino de matemática, ensino médio, currículo do ensino médio.

## DIAGNOSTIC DE LA PENSEE METRIQUE CHEZ LES ELEVES DE SEPTIEME ANNEE

### Résumé

Les résultats de la phase de diagnostic d'une recherche plus large sont exposés, dont l'objectif était de renforcer la pensée métrique chez les élèves de septième année à travers des situations du contexte extrascolaire, puisqu'il a été démontré que les élèves ne font que des processus de conversion, en négligeant la construction de l'objet grandeur et sa compréhension ; pour cette raison une analyse mixte a été effectuée avec pour but de comprendre ce que les élèves entendent par mesure et connaître les difficultés liées aux notions de la pensée métrique. Entre autres résultats du test de diagnostic, les élèves doivent approfondir le processus d'élaboration, de comparaison et d'exercice des procédures, qui est lié à la communication, mais il est également nécessaire de mieux préciser l'objet mathématique sur lequel l'élève agit et la délimitation de l'action qu'il va effectuer sur cet objet en fonction du but ou des objectifs à atteindre.

**Mots-clés:** pensée métrique, mesure, enseignement des mathématiques, école secondaire, programme d'études secondaires.

## Introducción

El presente artículo muestra los resultados a nivel diagnóstico de una investigación más amplia, que busca extender las posibilidades pedagógicas y didácticas de las mediaciones extraescolares en el desarrollo del pensamiento métrico. Se aborda el análisis de las nociones que tienen los estudiantes sobre el uso de los conceptos de medida en situaciones cercanas a sus contextos cotidianos, más específicamente en situaciones que no demanden un conocimiento intramatemático o propiamente escolarizado.

**El papel del docente en el proceso de construir sistemas de significados sobre los conceptos matemáticos es fundamental,**

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha definido en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1988), algunas orientaciones fundamentales sobre la manera como se deben abordar los contenidos relacionados con la medición y comparación de cantidades. Sin embargo, es muy frecuente que en las instituciones educativas estos temas del área de matemáticas no se aborden en su totalidad, o se descuiden las posibles aplicaciones prácticas, lo cual trae como consecuencia que el estudiante no reconozca el significado real que tienen estos conceptos ni desarrolle habilidades, tales como la estimación, las cuales son muy útiles en la vida diaria.

La investigación tiene como motivación la preocupación por el bajo desempeño de los estudiantes del Colegio Cooperativo Reyes Patria en la asignatura de geometría, específicamente en los contenidos relativos a magnitud, cantidad y medida, reconociendo que el desarrollo de estos conceptos además de permitirle al estudiante aplicarlos a su vida diaria, también son de suma importancia en el contexto escolar en otras áreas, tales como la física, la química, ciencias

naturales, entre otras. Además, con el objeto de promover el pensamiento matemático como un sistema integrador, también se ha visto necesario fortalecer *procesos generales de la actividad matemática* (MEN, 1998).

El papel del docente en el proceso de construir sistemas de significados sobre los conceptos matemáticos es fundamental, lo cual implica el desarrollo de acciones tanto pedagógicas como didácticas, que le permitan al estudiante el desarrollo del pensamiento matemático; por otra parte, el docente también tiene la labor de juzgar la pertinencia de los contenidos en los planes curriculares de cada una de las instituciones, de manera que estos planes no funcionen prescriptivamente, sino que se puedan adaptar a los ritmos de aprendizaje y los contextos específicos de los estudiantes (Leguizamón, Patiño y Suárez, 2015).

Frecuentemente, en el aula de clases se inician los temas de las magnitudes directamente con el manejo de patrones estandarizados de medida, múltiplos y submúltiplos, y estos en contextos aritméticos, aplicando tablas y factores de conversión, reduciendo la conceptualización de las magnitudes y sus medidas al proceso de agregar y quitar ceros; es decir, que no se establecen nexos entre el tratamiento físico de las magnitudes y el tratamiento matemático (Gutiérrez y Vanegas, 2005); es por esto que se busca que los estudiantes de la Institución en estudio puedan iniciar el proceso de conceptualización de magnitud, cantidad y medida, con la ayuda de situaciones del contexto extraescolar como mediador pedagógico.

De otra parte, como lo señala Bishop (2005), desde una perspectiva antropológica, medir es una actividad

significativa en todas las culturas, pues en todas se establecen criterios de valoración sobre las cualidades de los objetos o fenómenos del contexto; por esta razón, medir es una actividad considerada como una de las prácticas universales de las matemáticas, puesto que:

Es claro que hacer una estimación a “ojo” es una técnica no verbal de uso mundial para medir objetos, pero a medida que la cualidad cobra peso y a medida que el número de objetos aumenta, entonces la lengua desarrolla niveles (v.g., primero, segundo, tercero, etc.) y los adjetivos se hacen nombres (v.g., “pesado” se convierte en “peso”) (p. 48).

La riqueza de la exploración del contexto, además de acercar al estudiante a una actividad matemática, también le permite acercarse a su cultura.

### **El pensamiento métrico y los sistemas de medida**

En Colombia, el sistema educativo a diferencia de otros países, funciona a partir de un currículo unificado para todo el territorio nacional, que fue definido por el MEN en el marco de las políticas de renovación curricular de los años 80, y que para el área de matemáticas, la propuesta contempla tanto las diferentes tendencias y concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, además de los diferentes tipos de pensamiento en definidos para ésta área, así como las corrientes pedagógicas y didácticas que, para ese momento, eran conocidas por la comunidad de investigadores en Educación Matemática. Esta propuesta se consolida en un documento denominado Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), que describe los conocimientos básicos

que todo estudiante en Colombia debe desarrollar para desenvolverse tanto en el ámbito escolar como en la vida cotidiana, mediante el desarrollo del pensamiento matemático.

Para lograr que los estudiantes del país sean matemáticamente competentes, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas plantean una perspectiva tanto pedagógica como una serie de consejos didácticos. La perspectiva pedagógica de los Lineamientos, se basa en el desarrollo de un *enfoque de sistemas*, en el cual se considera la interrelación entre los diferentes conocimientos básicos, los procesos generales de la actividad matemática y los contextos.

*Los conocimientos básicos en matemáticas* buscan desarrollar en el estudiante diferentes estructuras de pensamiento, así como la apropiación de los diferentes sistemas con los que se operan los objetos matemáticos. Los conocimientos básicos se han organizado mediante cinco pensamientos y sistemas, a saber: pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistema de medidas, pensamiento aleatorio y sistema de datos, y finalmente el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento métrico y sistemas de medidas, promueve una interacción dinámica entre las acciones de medir en el entorno y los estudiantes. Esto permite que el estudiante pueda relacionar también las actividades diarias, tales como las compras, los juegos, la cocina, entre otras, con las matemáticas que aprende en el contexto escolar y analizar de estas actividades las cualidades que son mesurables.

**En Colombia, el sistema educativo a diferencia de otros países, funciona a partir de un currículo unificado para todo el territorio nacional,**

Es frecuente que al momento de abordar un tema los estudiantes pregunten para qué sirve este, sin embargo, una de las ventajas para la enseñanza de los sistemas de medidas, es la gran posibilidad de explorar variadas situaciones cercanas al contexto del estudiante, para analizar las cualidades físicas y sus medidas. Sin embargo, como lo afirma Osborne (citado en MEN, 1998):

[...] en las escuelas actuales, gran parte de lo que se aprende sobre medición es de naturaleza puramente incidental. Los conceptos de medida aparecen en situaciones cuyo propósito es enseñar y aprender sobre el número. Se supone que la medida es intuitiva y está lo suficientemente poseída y comprendida por los alumnos como para servir de marco intuitivo en cuyo seno explicar las operaciones aritméticas. Tal presunción ha de ser puesta en tela de juicio. Además, la naturaleza de la forma en que los niños aprenden a medir y se valen de medidas en el contexto de esta transferencia exige cuidadosa atención. (p. 62).

Es de gran importancia que el estudiante pueda interactuar con el entorno para aprender los procesos de medir, ya que se encuentran situaciones de utilidad y aplicación donde el docente puede intervenir y enviar a los estudiantes a una exploración con el contexto extraescolar, que ellos mismos se den cuenta para qué les sirve este tema.

No es de extrañarse que en el contexto extraescolar, los estudiantes tienen a la mano el mundo de las medidas y esto lo pueden comprobar con instrumentos refinados y complejos. Pero, como bien se dijo anteriormente, al estar todo al alcance, entonces se descuida la necesidad de construcción de la magnitud objeto de la medición,

y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición. Otro aspecto descuidado son los marcos históricos, que le permitan al estudiante reconocer los grandes esfuerzos de las civilizaciones por tratar de llegar a la medida como una “noción de igualdad socialmente aceptada” al comparar el tamaño, la importancia, el valor, etc., en situaciones comerciales o de trueque (MEN, 1998).

Para que el estudiante comprenda los procesos de medición, se debe iniciar básicamente con imágenes especiales donde pueda identificar si es más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, preferiblemente con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo. Es de aclarar que, es importante referirse por separado a los sistemas geométricos, que pueden iniciarse con modelos cualitativos del espacio; y los sistemas métricos, que pueden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen de la construcción de modelos geométricos y en reacciones de los objetos externos a nuestras acciones.

Para acompañar a los estudiantes a desarrollar procesos y conceptos con el sistema métrico, los Lineamientos Curriculares proponen la construcción de los conceptos de cada magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, la apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el trasfondo social de la medición (MEN, 1998).

**No es de extrañarse que en el contexto extraescolar, los estudiantes tienen a la mano el mundo de las medidas y esto lo pueden comprobar con instrumentos refinados y complejos**

Teniendo en cuenta, “la selección de la unidad y la ejecución del proceso particular de asignación numérica, los objetos o procesos ya vistos selectivamente desde el punto de vista de la magnitud, así sea sólo a escala ordinal, pueden considerarse como instancias concretas de la magnitud respectiva” (Vélez, Grisales, Zapata y Rave, 2008, p. 15), igualmente los sistemas de unidades presentan una mejor medición cuando existe una necesidad ambiental o social (Bishop, 2005).

Los *procesos generales de la actividad matemática* son competencias transversales a los conocimientos básicos, y desarrolla habilidades de pensamiento matemático. Los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) plantean cinco procesos generales, a saber: la resolución y el planteamiento de problemas, razonamiento, comunicación, modelación, y finalmente la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

La resolución y el planteamiento de problemas, es un elemento de gran importancia para las matemáticas, pues se cree que la resolución de problemas debe ser un eje central y abarcarlo en su totalidad para el currículo de las matemáticas, ya que hace parte integral de la actividad diaria, siendo un objetivo primario en la enseñanza matemática, y abarcando un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos (Chaparro, Ávila y Caro, 2017). A medida que los estudiantes visualizan los problemas, los van resolviendo paso a paso realizando una relación entre las temáticas, ya que así van adquiriendo confianza en el uso de las matemáticas. Esto les ayuda para que su mente sea abierta y perseverante, aumenten su capacidad de comunicación matemática, y pueden desarrollar a altos niveles los procesos de pensamiento.

En todo trabajo matemático de los

estudiantes, es conveniente que el razonamiento matemático esté presente, ya que puede dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones. En los lineamientos curriculares (MEN, 1998), se menciona que, al razonar, el estudiante justifica las estrategias y los procedimientos que pone en acción en el tratamiento de problemas, también estimula la necesidad de formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, buscar contraejemplos, usar hechos conocidos, encontrar patrones y expresarlos matemáticamente, proponer y usar argumentos propios para expresar ideas; es decir, razonar pone en acción la capacidad de pensar.

En el aula de clases, se puede evidenciar la habilidad para expresar ideas matemáticas y la interacción que tienen entre los estudiantes, pero que por motivos o limitantes de tiempo no se le presta tanta importancia, y se cree que esto les compete a otros docentes de otras áreas (Pachón, Parada y Chaparro, 2016). En diversos estudios, se ha identificado que la comunicación es un proceso importante para poder aprender matemáticas y para resolver problemas, ya que

[...] ayuda a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas (NCTM citado en MEN, 1998, p. 95).

Usualmente, cuando se habla de las actividades matemáticas en el colegio, se puede destacar que el estudiante aprende matemáticas trabajando en ellas, pero esto va de la mano con la resolución de problemas en el contexto extraescolar, ya que esta tiene una gran conexión con las aplicaciones y la modelación, que es la forma de describir la relación que hay entre el mundo real y las matemáticas.

El matemático holandés Hans Freudenthal (1905-1990) destaca algunos elementos básicos de la construcción de modelos, dado que se habla que el punto de partida de la modelación es una situación problemática real, donde esta situación debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones, y debe precisarse más, de acuerdo con los intereses del que resuelve el problema. Con lo descrito anteriormente, se puede conducir a una formulación del problema siempre y cuando se pueda manejar en el aula de clases. Treffers y Goffree (1985) describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas” (MEN, 1998, p. 98).

En el currículo de matemáticas, es de gran importancia el aprendizaje de procedimientos o la forma de saber hacer, debido a que estos facilitan la aplicabilidad de las matemáticas en la vida cotidiana; en general, se entienden los procedimientos como métodos de cálculo o algoritmos (conjunto de pasos específicos que dan un resultado preciso) (Chaparro y Leguizamón, 2015). No solo es el hecho de que el estudiante razone, se comunique matemáticamente y elabore modelos de los sistemas complejos de la realidad, sino que llegue

a realizar cálculos correctamente, siga instrucciones, utilice de manera adecuada la calculadora para efectuar operaciones, mida correctamente longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.

Muchas veces, vemos en el entorno social que es muy indispensable realizar cálculos o ejercitarlos, y más cuando hay por medio una profesión que depende de esto, a causa de que la persona no puede fallar en lo más mínimo del procedimiento, ya que si no se lleva a cabalidad puede que el resultado no sea tan favorable; por ejemplo, si un odontólogo va a colorar una calza, debe saber a qué distancia la coloca, ni un milímetro más o menos, porque de lo contrario no obtendrá el éxito esperado, y así sucede con muchas más disciplinas y profesiones.

### Revisión de antecedentes

A nivel internacional, los trabajos de Domenech (2013), González (2014), Picado Rico y Gómez (2015), Soriano (2018), Pizarro (2015), han abordado el problema de la enseñanza de la medida en diferentes contextos, y tienen en común el trabajo de situaciones problema en el contexto extraescolar.

Domenech (2013) de la Universidad Autónoma de Barcelona, se propuso analizar ¿cómo lo medimos?, siete contextos de indagación para detectar y corregir concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades; la actividad que se presenta en este artículo tiene dos objetivos: detectar cualitativamente y mediante actividades de indagación, qué tipo de concepciones erróneas manifiesta el alumnado sobre las magnitudes y unidades básicas de volumen, capacidad, longitud, superficie; y contribuir a corregirlas y mejorar las habilidades de

**En el currículo de matemáticas, es de gran importancia el aprendizaje de procedimientos o la forma de saber hacer**

razonamiento científico, mediante el uso de andamios lingüísticos. La experiencia que se aplicó durante tres cursos académicos, con un total de 180 alumnos de 2º de ESO del Institut Marta Mata, de Montornès del Vallès; dura 4 sesiones de clase en el laboratorio, y se realizó en paralelo con el trabajo sobre factores de conversión en el aula convencional.

Con este trabajo, se permitió detectar algunas concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades, que pueden estar inconscientemente siendo “sobrevoladas” en las clases no manipulativas o de carácter demostrativo. Consideramos que la combinación de carácter indagador y manipulador de la experiencia (hands-on minds on) ha contribuido a evidenciar esas concepciones erróneas y constituye una vía para mejorar la enseñanza de conceptos abstractos en las ciencias.

Continuando con el trabajo de González (2014) de la Universidad de Cuenca, Ecuador, que lleva por título “Estrategias Metodológicas para el aprendizaje de medida en los estudiantes de decimo “D” de Educación Básica del colegio Daniel Córdova Toral”, donde trabajó con 21 alumnos, del colegio en cantón Cuenca, provincia del Azuay, durante el año lectivo 2010-2011; este trabajo se realizó al ver el promedio general en Matemática, que fue de 13,56 sobre 20, y que es el mayor porcentaje de alumnos que repiten el año de esta asignatura, sobre todo en los tres últimos años de Educación Básica Superior; lo cual llevo a preguntarse ¿Cómo las estrategias metodológicas determinan el aprendizaje de la medida en los alumnos del décimo “D” de Educación Básica del Colegio Daniel Córdova Toral?, pues el trabajo de los estudiantes se ha orientado a la realización de talleres, para que, a partir de la manipulación de material concreto y medición de objetos

reales, con instrumentos de medida, se llegue a la formulación de conceptos abstractos y a la realización de operaciones matemáticas relacionadas con la medida.

Esta propuesta tuvo como fin contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en forma particular de la medida, implementando estrategias metodológicas en el grado décimo “D” de Educación Básica del Colegio “Daniel Córdova Toral”. Las estrategias que se trabajaron contemplan medidas de longitud, conversión de unidades de longitud en el Sistema Internacional y el sistema Inglés, cálculo de perímetros y áreas; además, medida de ángulos en el sistema sexagesimal y circular. Estas fueron elaboradas tomando en consideración las teorías del aprendizaje constructivista y cognitivista de Piaget, Vigotsky y Ausubel, así como las orientaciones y planteamientos de autores como Godino, Chamorro, Batanero y Roa, entre otros. También, se propuso una secuencia para el aprendizaje de medida, donde se considera los procesos de construcción del conocimiento a partir de actividades que estarían guiadas, en las que se podía utilizar material concreto, instrumentos de medida, mediciones en situaciones reales y actividades de estimación tanto de medidas de longitud, como de ángulos. La implementación de las estrategias se realizó en la modalidad de talleres. Se elaboró una guía de aplicación de las estrategias para el docente, que contiene material de trabajo del alumno y fichas de observación que permiten evaluar las destrezas, aplicando la técnica de la observación y su correspondiente registro en la lista de cotejo (González, 2014).

En otro trabajo realizado por Picado, Rico y Gómez (2013), titulado “Enseñanza de las unidades métricas en España

**Esta propuesta tuvo como fin contribuir al mejoramiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y en forma particular de la medida**

**La investigación presentada es un estudio exploratorio a partir de las respuestas al cuestionario abierto, que se hizo a los maestros de primaria**

en la segunda mitad del siglo XIX”, se presentó una investigación en historia de la educación matemática, basada en el análisis de textos escolares y apreciación de distintos enfoques que caracterizan la definición, presentación y utilidad de las unidades métrico-decimales. Además, los autores distinguen el significado de los términos científicos, las equivalencias metroológicas y la aplicación de reducciones y conversiones entre sistemas en actividades comunes; todo ello, centrado en la memorización como método de aprendizaje. El objetivo de este trabajo es presentar la introducción del sistema métrico decimal (SMD) en el sistema educativo español durante la segunda mitad del siglo XIX, cambio curricular que afectó a las matemáticas escolares y se difundió mediante libros de texto, y donde el propósito general de los autores de los textos es integrar las unidades métrico-decimales con la enseñanza de la aritmética. Para ello, se identifican las características didácticas de los libros de texto, en lo que se refiere al tratamiento con que se introdujo el SMD en los inicios de esa reforma curricular.

Para esta parte del estudio, se hicieron tres tipos de análisis. Primero, el análisis de contenido con sus categorías propias, con las cuales se identifican en cada manual los conceptos, procedimientos, representaciones, situaciones en que aparece y modos de uso de la nueva estructura que se estudia. Segundo, el análisis cognitivo, con cuyas categorías se identifican las expectativas, oportunidades y limitaciones para el aprendizaje de los estudiantes (consideradas por el autor del texto). Tercero, el análisis de instrucción, por medio de cuyas categorías se abordan los tipos y secuencias de tareas, modos de gestión en el aula y recursos didácticos. Para finalizar, la presentación de las unidades de medida, se caracteriza

por el número de «especies de medida» o magnitudes consideradas y sus unidades principales.

Cabe destacar el trabajo realizado en la Universidad Autónoma de Barcelona por Pizarro (2015), titulado “Estimación de medida: el conocimiento diáctico de los maestros de primaria”, el cual contó con la colaboración de 112 maestros, de los cuales 92 eran Licenciados en Educación Básica (profesionales que cursaron programas de formación universitaria con carteristas similares a quienes trabajan con los niveles de educación básica primaria en Colombia), 7 profesores eran Licenciados en Educación Matemática, otros 7 profesores indicaron tener grado de Magister, ya sea en currículo, gestión educacional o didáctica de la matemática; entre los 112 encuestados, también había un matemático, un ingeniero y una psicopedagoga, otros tres maestros no dieron información de su profesión. En este trabajo, se partió de la pregunta ¿qué conocimiento para enseñar la estimación de medida poseen los maestros de primaria? Por lo cual, se planteó como objetivo, caracterizar el conocimiento didáctico del contenido que tienen los profesores de primaria sobre estimación de medida discreta y continua.

La investigación presentada es un estudio exploratorio a partir de las respuestas al cuestionario abierto, que se hizo a los maestros de primaria. El foco del análisis, es caracterizar el conocimiento de los docentes sobre la enseñanza de la medida de acuerdo con los referentes teóricos expuestos. Para conseguir resultados interpretables a partir de las respuestas de los docentes, se realizó un análisis cualitativo basado en categorías descriptivas. Para una óptima, ágil y fácil codificación, utilizaron un software de análisis de datos cualitativos.

Los resultados en este trabajo, muestran diferentes aspectos sobre el conocimiento de estimación de medida de los maestros desde tres categorías diferentes, concretamente sobre cómo lo entiende, cómo lo usa y cómo lo representa; también, siete de los maestros indicaron explícitamente que estimar una medida requiere de las tres componentes – uso de referencia (R), trabajo perceptivo (P) y valoración (V) –.

Por último, a nivel internacional, se encuentra el trabajo de Soriano (2018), titulado «una propuesta didáctica para trabajar la interconversión de medidas del sistema métrico decimal sin usar “escaleras”», realizado en la Facultad de Educación de Palencia-Universidad de Valladolid, como trabajo final de grado de la Maestría en Educación primaria. Este trabajo presenta un acercamiento al Sistema Métrico Decimal a través de una metodología interdisciplinar, globalizadora y basada en la experimentación. A través del mismo, se pretende que el alumnado adquiera, en primer lugar, las competencias clave en Matemáticas y Tecnología, así como la Lingüística; y, en segundo lugar, que aumente su motivación por las asignaturas de ciencias y por el conocimiento científico.

La propuesta que se plantea se ha desarrollado en la asignatura de Matemáticas de sexto curso de Educación Primaria, en el CEIP Alonso Berruguete, de Paredes de Nava. Con este trabajo, se puede aportar una estrategia de aprendizaje que intenta ayudar a los niños a entender el Sistema Métrico Decimal, así como las relaciones que existen entre los múltiplos y submúltiplos de las diferentes magnitudes empleadas para las medidas de masa, longitud y capacidad; además, intenta, por una parte, que los alumnos tengan una comprensión relacional de los conceptos matemáticos anteriormente descritos; y, por otra, pretende ayudar a la alfabetización científica, facilitando el acercamiento de

los niños a las ciencias, con todas las posibilidades que estas les pueden ofrecer, a través de una metodología motivadora, incentivando su curiosidad y sacando de ellos al científico que todos llevamos dentro (Soriano, 2018).

Con este trabajo, se mostró a los niños que las matemáticas hay que entenderlas y hay que razonarlas, no memorizarlas. Memorizar no es entender. Y para razonar bien, hay que dominar el lenguaje, por lo que la competencia lingüística y la matemática van tan unidas como la matemática y la científica. Como resumen de los aprendizajes que he adquirido con la realización de este trabajo, así como de todo lo que he aprendido durante estos años al cursar el Grado, se pensó que es importante aprovechar lo que tienen a su alrededor para enseñar a los niños a descubrir el mundo, a la vez que les motivaron para que construyan un aprendizaje significativo y duradero.

### Metodología

Debido a que los problemas y fenómenos que enfrenta el ámbito educativo son cada vez más complejos y variados, se ha visto la necesidad de utilizar un enfoque mixto de investigación (Morse citado en Tashakkori y Teddlie, 2003), el cual logra una perspectiva más amplia y profunda de la situación a estudiar, ya que permite complementar las dos visiones tanto del paradigma cuantitativo como del cualitativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Los datos cuantitativos fueron obtenidos por medio de información documental sobre el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas; de otra parte, los datos cualitativos se obtuvieron mediante la aplicación de una prueba diagnóstica que buscó analizar los diferentes procesos en matemáticas y su relación con el pensamiento métrico.

La investigación completa se diseñó en tres fases: diagnóstico, intervención y analítica, las cuales se correlacionan con los objetivos específicos planteados. Sin embargo, en el presente artículo se muestra el diseño para la primera fase, la cual tiene un alcance descriptivo, donde se buscó determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes que participan en el estudio. Este tipo de investigación es utilizada como diagnóstico, donde se responde a preguntas, tales como: ¿cuál es la relación entre?, ¿cómo es?, ¿qué diferencias existen?, ¿cómo se comporta?, ¿cómo se clasifica?; es decir, se utiliza como paso inicial para cualquier investigación de mayor alcance. En otros términos, “un estudio descriptivo determina e informa los modos de ser de los objetos” (Gay citado en Ñaupás, Mejía, Novoa y Villagómez, 2014, p. 92).

El estudio fue realizado en el Colegio Cooperativo Reyes Patria, el cual se encuentra ubicado en la ciudad de Sogamoso (Boyacá). La unidad de análisis estuvo conformada por estudiantes del grado séptimo, el cual corresponde a un nivel de escolaridad nacional de educación básica, quienes están en un rango etario de 12 a 13 años. Adicionalmente, la investigación contempló consideraciones éticas frente a la participación de los estudiantes, permitiendo que fuese de forma voluntaria y contando con el permiso tanto de la Institución como de los acudientes de los estudiantes.

### **Instrumentos de recolección de la información**

Los principales instrumentos de recolección de la información, fueron los registros documentales y un cuestionario de preguntas abiertas.

*Registros documentales.* Estos corresponden a los reportes de notas del primer período académico tanto a nivel de bachillerato en cada una de las asignaturas cursadas, como

en forma particular para los estudiantes de grado séptimo.

*Cuestionario de preguntas abiertas.* Este se diseñó partiendo de la problemática encontrada en los reportes de nota, con el ánimo de reforzar los procesos generales de la actividad matemática que se relacionan con el pensamiento métrico y sus características; se buscó mediante situaciones del contexto extraescolar, analizar cualidades con respecto a los conceptos de magnitud, medida y cantidad. Como criterios de validación de este instrumento, se realizó inicialmente un juicio de expertos y una prueba piloto para identificar inconsistencias, preguntas mal formuladas o términos desconocidos por los estudiantes.

La prueba diagnóstica contenía 20 preguntas con respecto a la asignatura de geometría y al grado en el que se encontraban cursando los estudiantes; estas preguntas se organizaron a partir de conceptos trabajados previamente con ellos: la construcción de los conceptos de magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”, la apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, de patrones y de instrumentos, la diferencia entre la unidad y el patrón de medición, la asignación numérica y el trasfondo social de la medición (MEN, 1998). Con estas temáticas, se quiso hacer una correlación con los procesos generales de la actividad matemática, de tal forma que cada pregunta estaría asociada a un proceso.

Para el análisis de la prueba diagnóstica, se establecieron unos criterios de valoración basados tanto en el desempeño del pensamiento métrico como en los procesos generales. De tal forma que, se lograra determinar de qué manera los estudiantes se aproximan a los diferentes conceptos de medida cuando se enfrentan a situaciones más próximas a su contexto.

**Tabla 1.** Criterios de evaluación del pensamiento métrico respecto a los procesos generales

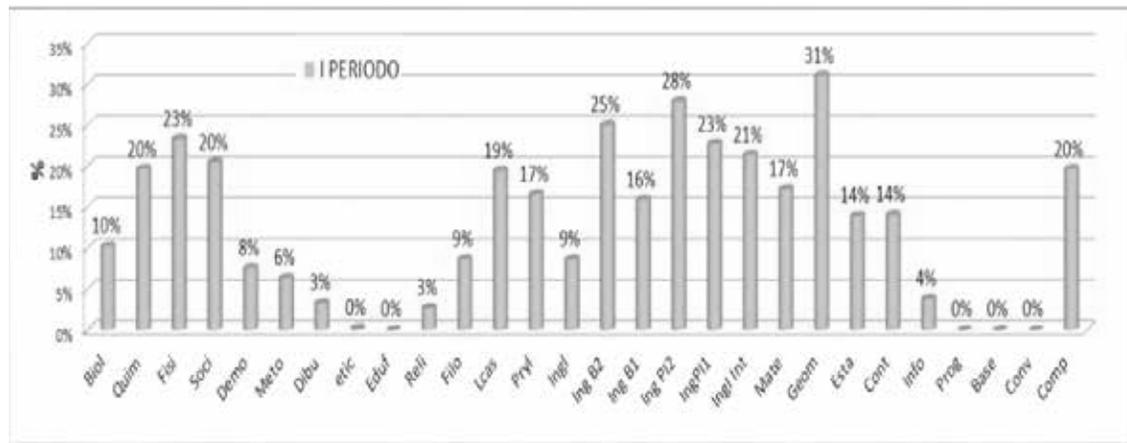
Procesos generales	BAJO	BÁSICO	ALTO	Preguntas relacionadas
<b>La resolución y el planteamiento de problemas</b>	El estudiante presenta dificultad para expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas, comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	El estudiante sabe en algunas ocasiones expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas, comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	El estudiante sabe correctamente expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas, comprendiendo el problema, creando una concepción de un plan y ejecutándolo.	8, 11
<b>Razonar</b>	El estudiante presenta dificultad al ordenar ideas en la mente, para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes (sólo se transforma de unas formas en otras), para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.	El estudiante sabe en algunas ocasiones ordenar ideas en la mente, para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.	El estudiante sabe correctamente ordenar ideas en la mente, para llegar a una conclusión sobre la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, para esto debe explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.	1,2, 3,4,9

<b>Comunicar</b>	Al estudiante se le dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta (MEN, 1998).	El estudiante algunas veces puede expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.	El estudiante sabe correctamente expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, para esto debe comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.	10,12, 13,15, 16, 18
<b>Modelación</b>	Al estudiante se le dificulta dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos, como también se le dificulta encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.	El estudiante algunas veces da conclusiones, calcula y revisa ejemplos concretos, aplica algunos métodos conocidos y da resultados matemáticos, como también algunas veces encuentra una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.	El estudiante sabe dar correctamente las conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos, como también encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.	5,6,20

<p><b>La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b></p>	<p>Al estudiante se le dificulta realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la poca capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.</p>	<p>El estudiante sabe en ocasiones realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la capacidad media de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.</p>	<p>El estudiante sabe correctamente realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, manejando las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc. y pueda ejecutar tareas matemáticas.</p>	<p>7,14, 17,19</p>
--	---	--	---	--------------------

**Nota:** Las preguntas y criterios de valoración fueron diseñados y agrupados a partir de los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998).

## Resultados

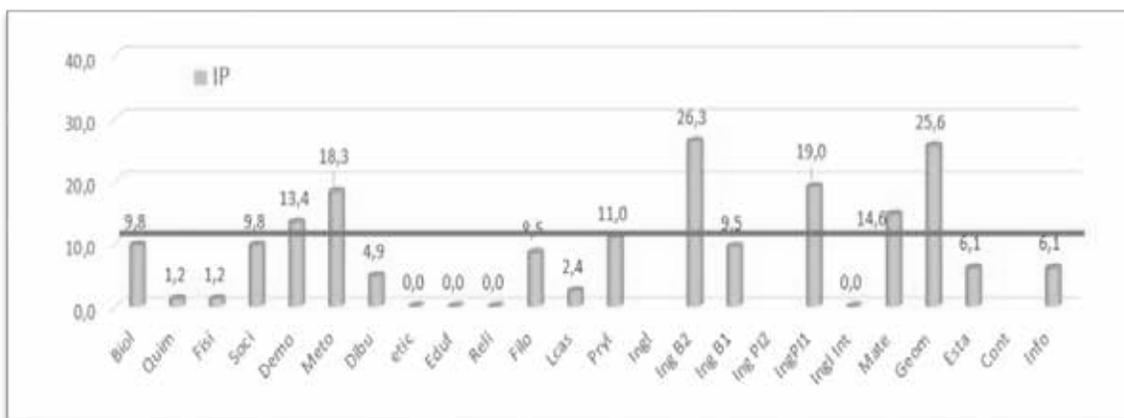


Gráfica 1. Mortalidad por asignaturas en bachillerato primer periodo académico 2019.

Inicialmente, se presentan los resultados de la mortalidad académica de los estudiantes por asignaturas en los grados de bachillerato en el año 2019, mostrando que la asignatura de geometría es la que presenta mayor grado de mortalidad, información que fue facilitada por la Coordinación Académica del Colegio.

En los resultados, se puede observar (gráfica 1) que la asignatura que tiene mayor mortalidad académica es geometría, con 31 %; siendo esto un motivo de alarma para la Institución. A partir de esto, a nivel interno, por parte de la coordinación se hizo un análisis, pero ahora por niveles para tratar cada tema por separado y para que cada docente pudiera manejar esta problemática de manera específica, ya que dentro de las políticas de la Institución se tiene como objetivo que los estudiantes puedan superar sus debilidades mejorando de forma dinámica y competente, articulada con la metodología constructivista y conceptual.

Luego del análisis por niveles y según cada asignatura, se pudo evidenciar, como se muestra en la gráfica 2, que en grado séptimo los estudiantes presentan una mayor debilidad en cuanto a las áreas de Inglés y Geometría, con un porcentaje de 26.3 % y 25.6 %, respectivamente. Teniendo en cuenta que el colegio pide que la mortalidad no pase del 10 %, cada docente de estas asignaturas debe elaborar un plan de mejora para los estudiantes que presentan dificultades, y como es el caso particular, para la asignatura de geometría la docente titular busca la forma de incluir a sus estudiantes por medio de un proyecto donde se trabajaría en convenio con el contexto extraescolar, puesto que se puede evidenciar la falta de reconocimiento conceptual en cuanto al pensamiento métrico.



**Gráfica 2.** Mortalidad Académica por áreas de grado 7.

A continuación, se presentan los resultados de la prueba diagnóstica que se relaciona con el objetivo del proyecto, el cual pretendía determinar el estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de los estudiantes de grado séptimo.

**Tabla 2.** Estado actual del desarrollo del pensamiento métrico de acuerdo con los procesos generales.

	<b>BAJO %</b>	<b>BÁSICO %</b>	<b>ALTO %</b>
<b>La resolución y el planteamiento de problemas</b>	<b><u>50 %</u></b>	17 %	33 %
<b>Razonar</b>	23 %	24 %	<b><u>52 %</u></b>
<b>Comunicar</b>	<b><u>52 %</u></b>	8 %	40 %
<b>Modelación</b>	<b><u>46 %</u></b>	9 %	44 %
<b>La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos</b>	<b><u>67 %</u></b>	15 %	18 %

Estos resultados muestran el porcentaje de desarrollo de los estudiantes de un grado séptimo con sus respectivas debilidades y fortalezas, que se valoran a partir de los criterios según cada proceso de la actividad matemática (tabla 1), relacionados con el pensamiento Métrico (magnitud, cantidad y medida), que se vinculan a su vez con las preguntas de la prueba diagnóstica, de tal forma que la pregunta número uno está afín con el tema de medida, donde los estudiantes deben relaciona imágenes del contexto escolar y extraescolar que midan más de un metro, pero que también está conectada con el proceso de razonar, ya que ellos pueden seguir procesos de conservación de magnitudes; la tabla deja ver que 21 estudiantes no contestaron a esta pregunta, quizás porque no tienen claro el concepto de medida o no lo pueden relacionar con facilidad; 22 contestaron

solo la mitad de la pregunta, mostrando que el proceso no es completo y que aún quedan vacíos e interrogantes por aclarar; y 47 estudiantes saben encontrar medidas correctamente según el contexto que se les presente.

Entrando en detalle, en primer lugar, se puede evidenciar que para la resolución y el planteamiento de problemas, los estudiantes presentan mucha dificultad para expresar ideas, interpretar, evaluar, representar, usar diferentes tipos de lenguaje y describir relaciones entre magnitudes (longitud, largo, ancho, espesor, altura, profundidad, etc.) en situaciones cotidianas. De acuerdo con esto, no logra comprender el problema, ni crea una concepción de un plan para poder ejecutarlo.

En cuanto al razonamiento, los estudiantes mostraron que saben correctamente ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión, aun sabiendo que el docente no podría evidenciar que es lo que piensa el estudiante, pero se puede saber a través de la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes (solo se transforma de unas formas en otras). Para esto, debía explorar, comprobar, aplicar ideas, dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguieron para llegar a una conclusión de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.

En la comunicación, se puede ver que a los estudiantes se les dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades. Para esto, debía comprender, interpretar y evaluar ideas que fueron presentadas por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.

Para la modelación, se puede ver que al

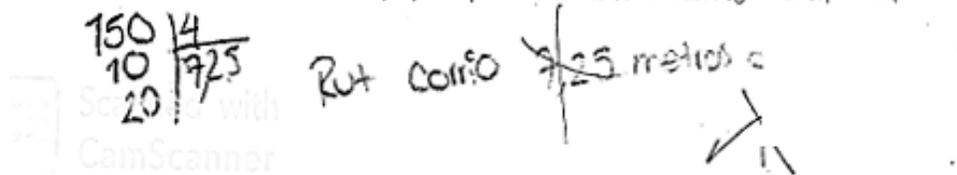
estudiante se le dificulta dar conclusiones, calcular y revisar ejemplos concretos, aplicar métodos conocidos y dar resultados matemáticos, como también se le dificulta encontrar una diferencia entre las unidades y el patrón de medición, teniendo en cuenta la asignación numérica. Estos resultados deben ser validados trasladándose al mundo real, para ser interpretados en relación con la situación original.

Por último, en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, se mostró que al estudiante se le dificultó realizar estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas, dejando ver en él la poca capacidad de enfocar y resolver cálculos correctamente en el trasfondo social de la medición de una forma habilidosa e independiente, más estratégica y eficaz, con prontitud, precisión y exactitud, muestra dificultades al manejar las conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contenían longitudes, áreas, volúmenes, etc.

A manera de ilustración, en la pregunta número ocho (ver grafica 3), se presenta el resultado de una situación que se caracterizó dentro del pensamiento métrico y está relacionado en cuanto a la construcción de los conceptos de cada magnitud; si bien el estudiante reconoce una de las propiedades geométricas de la figura referida a la pregunta (un cuadrado), confunde en el contexto del problema la información y la asocia con el perímetro de la figura, esto le hace pensar que le están preguntando por la medida de uno de los lados del cuadrado, cuando realmente le están preguntando por el perímetro total de la figura dado un lado. Con esta situación se pudo evidenciar que las deficiencias en los procesos de conceptualización y el análisis de magnitudes de longitud, pues llevan al estudiante a realizar cálculos que no son los

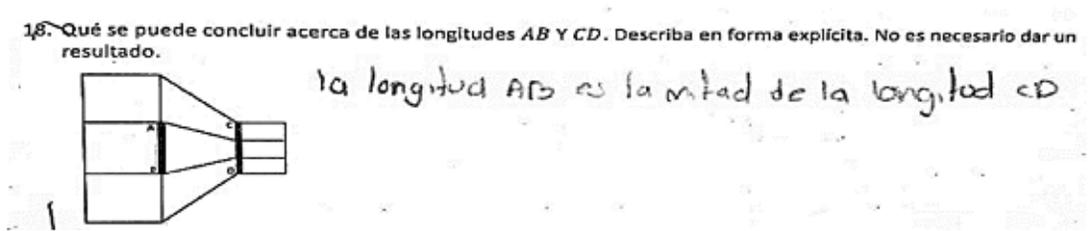
adecuados para el contexto del problema.

8. El patio del colegio es un cuadrado que mide 150 metros de lado. Ruth recorre todo el borde del patio. ¿Cuál es la distancia que recorrió Ruth? Explique el procedimiento con el cual llegó a la respuesta (lo más detallado posible).



**Gráfica 3.** Conflicto de aprendizaje en el proceso de “planteamiento y resolución de problemas”

En cuanto a la pregunta número dieciocho (ver gráfica 4), se relaciona con la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, ya que esta es la captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio. Acá, los estudiantes debían concluir acerca de las longitudes que se mostraban en la imagen describiendo en forma explícita sin necesidad de dar un resultado, pero los estudiantes en general no saben comunicar o se les dificulta expresar ideas escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades. Para esto, debía comprender, interpretar y evaluar ideas que fueron presentadas por escrito y en forma visual realizando una buena estimación del rango en que se halla una magnitud concreta.



**Gráfica 4.** Conflicto de aprendizaje en proceso de “comunicación”

### Conclusiones

Con el estudio diagnóstico realizado a un grupo de estudiantes de grado séptimo, se pudo evidenciar que los estudiantes tienen dificultades en el desarrollo de temas vinculados con el pensamiento métrico; que, a su vez, se vinculan con los procesos de la actividad matemática, mostrando mayor debilidad en la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos junto con la comunicación; es claro que, los estudiantes tienen dificultades para realizar estrategias, utilizar técnicas y dar uso a diversas aplicaciones, dejando ver la poca capacidad que tienen para el manejo de las

conversiones de unidades y las operaciones en unos cuantos contextos diferentes que contengan longitudes, áreas, volúmenes, etc.; y, que por tanto, si el estudiante no es capaz de realizar estos tipos de procesos, se le va a dificultar aún más expresar ideas demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas la apreciación del rango de las magnitudes junto con la selección de unidades, teniendo poca capacidad para comprender, interpretar y evaluar ideas oralmente, por escrito y en forma visual (MEN, 1998).

## Referencias

- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Santiago de Cali: Universidad del Valle.
- Chaparro A. Z. y Leguizamón J. (2015). Interacciones sociales en el patio de recreo que tienen el potencial de apoyar el aprendizaje del concepto de probabilidad. *Rle-Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(3), 8-24.
- Chaparro A. Z., Ávila C. y Caro A. (2017). Desarrollo de competencias matemáticas en comunicación y modelación basada en resolución de problemas. *Revista Educación y Territorio*, 7(12), 73-93.
- Domènech J. (2013). *¿Cómo lo medimos? Siete contextos de indagación para detectar y corregir concepciones erróneas sobre magnitudes y unidades*. Barcelona: IES Vilanova, Vilanova del Vallès.
- Gutiérrez J. & Vanegas M. (2005). *Desarrollo del pensamiento métrico en la Educación Básica secundaria*. Medellín. Ed. Universidad de Antioquia.
- González P. (2008). *Estrategias Metodológicas para el aprendizaje de medida en los estudiantes del 10mo "D" de Educación Básica del colegio Daniel Córdova Toral*. (Tesis p de Maestría). Universidad de Cuenca, Ecuador.
- Hernández, R., Fernández, C. y Batista, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4.ª ed.). México: McGraw-Hill.
- Leguizamón, J., Patiño, O. y Suárez, P. (2015). Tendencias didácticas de los docentes de matemáticas y sus concepciones sobre el papel de los medios educativos en el aula. *Revista Educación Matemática*, 27(3), 151-174.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá, D.C.: Editorial Magisterio.
- Ñaupas, H., Mejía, E., Novoa, E. y Villagómez, A. (2014). *Metodología de la investigación cuantitativa-cualitativa y redacción de la tesis*. Bogotá: Ediciones desde la U.
- Pachón, L., Parada, A. y Chaparro, A. Z. (2016). El razonamiento como eje transversal en la construcción del pensamiento lógico. *Praxis & Saber*, 7(14), 219-243.
- Picado M., Rico L. & Gómez B. (2013). Enseñanza de las unidades métricas en España en la segunda mitad del siglo XIX. *Enseñanza de las ciencias*, 33(3), 175-196.
- Pizarro R. (2015). *Estimación de medida: el conocimiento didáctico del contenido de los maestros de primaria* (Tesis doctoral). Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, España.

Soriano M. (2017-2018). *Una propuesta didáctica para trabajar la interconversión de medidas del sistema métrico decimal sin usar “escaleras”* (Trabajo de grado de Maestría). Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

Tashakkori, A. y Teddlie, C. (2003). *Handbook of Mixed Methods in Social & Behavioral Research*. California: Sage Publications.

Vélez M., Grisales D., Zapata M. & Rave E. (2008). *Implementación del cubo como recurso didáctico para la integración de la aritmética y la geometría. Diplomada integración de la aritmética y la geometría*. Medellín: Universidad Autónoma Latinoamericana de Medellín.