

DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN COMUNICACIÓN Y MODELACIÓN BASADA EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Arley Zamir Chaparro Cardozo¹
Claudia Patricia Ávila Márquez²
Adriana Yaneth Caro López³

Recepción: 18 de julio de 2016

Aprobación: 21 de octubre de 2016

Artículo de Investigación

- 1 Magíster en Educación - Docente de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia - *Docente Básica
zamirchaparro@gmail.com
- 2 Docente Básica - Institución Educativa Técnica José Ignacio de Márquez de Ramiriquí, Colombia. Estudiante Maestría en Educación con énfasis en profundización, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Especialista en Necesidades de Aprendizaje en Lectura, Escritura y Matemáticas
daniclade@hotmail.com
- 3 Docente Básica - Institución Educativa Técnica José Ignacio de Márquez de Ramiriquí, Colombia, Estudiante Maestría en Educación con énfasis en profundización, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Especialista en Necesidades de Aprendizaje en Lectura, Escritura y Matemáticas
adrianaycl@gmail.com

Resumen

El desarrollo de las competencias matemáticas, les permite a los estudiantes desenvolverse en el contexto escolar, familiar y social; dentro de las competencias matemáticas fundamentales se encuentran la comunicación y la modelación, las cuales han venido presentando deficiencias en los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnica José Ignacio de Márquez, sede Antonio Ricaurte de Ramiriquí; estas deficiencias se evidenciaron en el diagnóstico realizado a partir del análisis de los resultados de las pruebas saber. Por tanto, para suplir tales falencias, se planteó trabajar una unidad didáctica a través de la resolución de problemas con el fin de aportar al desarrollo de las competencias de comunicación y modelación en matemáticas. Metodológicamente, el estudio se fundamentó en la Investigación Acción, bajo un enfoque crítico social, enmarcado en el paradigma cualitativo. Para el desarrollo del estudio, el diseño metodológico se estableció en tres fases: diagnóstico, diseño de la unidad didáctica, y análisis de los beneficios de la implementación. Posteriormente, se realizó triangulación, análisis y discusión de los resultados evidenciando que el trabajar situaciones problemas fortalece el desarrollo de las competencias de comunicación y modelación de manera significativa.

Palabras clave: competencias, comunicación, modelación, resolución de problemas, unidad didáctica en matemáticas.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SKILLS IN COMMUNICATION AND MODELING, BASED ON PROBLEM SOLVING

Abstract

The development of mathematical skills allows students to get along themselves in different contexts, such as: school, family and social context; communication and modeling are among the fundamental mathematical skills, which have been presenting deficiencies in the fifth grade students of the Technical Educational Institution José Ignacio de Márquez, Antonio Ricaurte building in Ramiriquí; these deficiencies were evidenced in the diagnosis carried out from the analysis of the results of the “saber” tests (name from the Spanish). Therefore, to overcome such shortcomings, it was proposed to work a didactic unit through the resolution of problem solving in order to contribute to the development of communication skills and modeling in mathematics. Methodologically, the study was based on action research, under a critical social approach, framed in the qualitative paradigm. For the development of the study, the methodological design was established in three phases: diagnosis, design of the didactic unit, and analysis of the benefits of the implementation. Afterwards, triangulation, analysis and discussion of the results were carried out; evidencing that working on problem solving situations strengthens the development of communication and modeling competences in a significant way.

Keywords: skills, communication, modeling, problem solving, didactic unit in mathematics.

DESENVOLVIMENTO DE COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS EM COMUNICAÇÃO E MODELAGEM COM BASE NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Resumo

O desenvolvimento de competências matemáticas permite ao aluno desenvolver-se no contexto escolar, familiar e social; A comunicação e a modelagem estão entre as competências matemáticas fundamentais, que vêm apresentando deficiências nos alunos do quinto ano do Instituto de Ensino Técnico José Ignacio de Márquez, no campus Antonio Ricaurte de Ramiriquí; essas deficiências foram evidenciadas no diagnóstico feito a partir da análise dos resultados dos testes “saber”. Portanto, para superar tais deficiências, propôs-se trabalhar uma unidade didática através da resolução de problemas, a fim de contribuir para o desenvolvimento de habilidades de comunicação e modelagem em matemática. Metodologicamente, o estudo baseou-se na Pesquisa-Ação, sob uma abordagem social crítica, enquadrada no paradigma qualitativo. Para o desenvolvimento do estudo, o desenho metodológico foi estabelecido em três fases: diagnóstico, desenho da unidade didática e análise dos benefícios da implementação. Posteriormente, triangulação, análise e discussão dos resultados foi realizada demonstrando que trabalhar situações problemas fortalece o desenvolvimento de habilidades de comunicação e modelagem de forma significativa.

Palavras-chave: Competências, comunicação, modelagem, resolução de problemas, unidade didática em matemática.

DÉVELOPPEMENT DE COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES EN COMMUNICATION ET MODÉLISATION BASÉES SUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Résumé

Le développement des compétences mathématiques permet aux élèves de se débrouiller dans le contexte scolaire, familial et social; dans les compétences essentielles en mathématiques lesquelles sont la communication et la modélisation, qui ont été présentées déficiences dans les élèves de CM2 (COURS MOYEN 2) de l'établissement d'enseignement technique Jose Ignacio de Marquez, siège Antonio Ricaurte à Ramiriquí; Ces déficiences ont été mises en évidence dans le diagnostic effectué à partir de l'analyse des résultats des tests “saber” (nom de l'espagnol). Par conséquent, pour répondre à ces déficiences, il a été considéré d'utiliser une unité d'enseignement didactique à travers de la résolution de problèmes afin de contribuer au développement des compétences en communication et la modélisation en mathématiques. Méthodologiquement, l'étude a été basée sur la recherche-action, sous une approche sociale critique, encadrée dans le paradigme qualitatif. Pour développer l'étude, la conception méthodologique a été mise en place en trois phases: diagnostic, unité d'enseignement didactique de la conception et l'analyse des avantages de la mise en œuvre. Par la suite, la triangulation, l'analyse et la discussion des résultats a été effectuée démontrant que le travail des problèmes de situations renforce le développement des compétences de communication et de modélisation de manière significative.

Mots-clés: compétences, communication, modélisation, résolution de problèmes, unité didactique en mathématiques.

Introducción

La educación colombiana desempeña un papel esencial en el desarrollo de las políticas educativas, es así que, año tras año, a las instituciones educativas las evalúan con pruebas nacionales estandarizadas, como la Prueba Saber. Estos resultados permiten comparar la posición de cada establecimiento educativo en un contexto nacional, departamental y local, con el propósito de realizar planes de mejoramiento en pro de la calidad educativa.

Una de las áreas fundamentales en el proceso educativo del estudiante, es el área de matemáticas. En el contexto escolar de la Institución Educativa Técnica José Ignacio de Márquez, en la sede Antonio Ricaurte, ubicada en el municipio de Ramiriquí-Boyacá, los estudiantes de grado quinto presentaron un bajo desempeño en las pruebas externas (Pruebas Saber). Al analizar los resultados de estas pruebas durante los años 2012, 2013, 2014 y 2015, se evidenció, de manera reiterativa, un bajo nivel de desempeño en el área de matemáticas en cuanto a las competencias de comunicación y modelación, y sus tres componentes. Por tanto, para constatar este bajo rendimiento, se aplicó una prueba diagnóstica conformada por situaciones problemas que permitieron determinar las debilidades que presentan los estudiantes, en cuanto a los componentes numérico variacional, geométrico-métrico y aleatorio, para esta prueba se tuvo en cuenta los criterios propuestos por Contreras (2013).

En la prueba diagnóstica, se evidenció que los estudiantes presentan dificultad en el componente numérico-variacional en cuanto al reconocimiento del significado de número en diferentes contextos, y en describir e interpretar propiedades y operaciones para solucionar los problemas planteados. En el componente aleatorio, algunos estudiantes analizaron cuantitativamente datos y representaron e interpretaron gráficas o tablas, pero no comprendieron el concepto de probabilidad de un suceso. Finalmente, en el componente geométrico-métrico, algunos estudiantes presentaron fortaleza al diferenciar atributos mesurables y utilizar unidades de medida, pero se les dificultó la localización al hacer uso de coordenadas dentro de un plano.

Por esta razón, ante la problemática confirmada, surgió la necesidad indagar cómo al implementar una unidad didáctica en matemáticas basada en resolución de problemas se aporta al desarrollo de las competencias de comunicación y modelación en estudiantes de grado quinto de primaria. En búsqueda de dar respuesta a esta pregunta, se diseñó una unidad didáctica estructurada en el modelo Camargo y Guzmán (2005), y basada en las dificultades específicas identificadas en la prueba diagnóstica.

En cuanto a los aportes teóricos, en el proceso de esta investigación, se encontraron algunas reflexiones e investigaciones que anteceden al estudio, sobre las competencias de comunicación y modelación, las cuales permitieron evidenciar la problemática que presentaban los estudiantes. Algunos de los trabajos investigativos consultados fueron los de Bassanezi y Salett (1997), Hein y Salett (2004), Bahamonte y Vicuña (2011), y Barajas (2013), los cuales representaron un aporte tanto a nivel teórico como metodológico. La revisión de literatura en la investigación fue abordada en torno a cinco ejes temáticos: competencias generales, competencias matemáticas, competencias en comunicación y modelación, resolución de problemas y unidades didácticas.

En cuanto a las Competencias Generales, el Ministerio de Educación (MEN, 2015), en la matriz de referencia del día de la excelencia educativa (Día E), ha definido las competencias generales como:

La capacidad que integra nuestros conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones manifestadas a través de los desempeños o acciones de aprendizaje propuestas en cada área. Podemos reconocerla como un saber hacer en situaciones concretas y en contextos específicos. Las competencias se construyen, se desarrollan y evolucionan permanentemente de acuerdo con nuestras vivencias y aprendizajes (p. 2)

También, D'Amore, Godino y Fandiño (2008) han considerado que la competencia matemática “se reconoce cuando un individuo ve, interpreta y se comporta en el mundo en un sentido matemático” (p. 44), es capaz de comprender, argumentar, desarrollando así cualquier situación problema tomada de la realidad. Así mismo, desarrollar la competencia de comunicación es importante porque motiva al estudiante a razonar, argumentar y expresar, con mayor confianza, las ideas tanto orales como escritas, hace referencia a la necesidad de desarrollar las habilidades de leer, escribir e interpretar, lo cual implica reconocer el lenguaje matemático.

El MEN (1998), en los Lineamientos Curriculares, define que la comunicación es una habilidad en donde las personas deben ser capaces de:

Expresar ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas. Comprender, interpretar y evaluar ideas que son presentadas oralmente por escrito y en forma visual. Construir, interpretar y ligar varias representaciones de ideas y de relaciones. Hacer observaciones y conjeturas, formular preguntas y reunir y evaluar información. (p. 94)

De igual manera, desarrollar la competencia de modelación facilita el análisis y la creatividad, donde los estudiantes tienen la posibilidad de examinar situaciones reales integrando sus saberes de manera crítica para entender y resolver un problema, mejorando así la competencia de modelación a través de la representación simbólica y gráfica. Al respecto, el MEN (1998) plantea que:

La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas que permite a los estudiantes observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los estudiantes necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles. (p. 101)

Otro aspecto que fortalece la competencia de modelación, es el proceso de *esquematisar*, el cual es definido por Márquez (2014) como el de “utilizar diagramas o esquemas para organizar ideas y comprender como están relacionadas” (p. 168). Por consiguiente, este proceso permite desarrollar la comparación de las características al visualizar, organizar y comprender con facilidad los conceptos representados.

En cuanto a resolución de problemas, Schoenfeld (citado en Santos, 2007) considera “el problema para referirse a una tarea que es difícil para el individuo que está tratando de hacerla” (p. 58). Es necesario aplicar diferentes acciones hasta encontrar la solución del problema. El planteamiento de un problema debe darse para que el estudiante ponga en juego sus habilidades de análisis y comprensión, que reconozca la estrategia que se ajuste al problema, permitiendo reconocer su eficacia para encontrar la respuesta requerida haciendo uso de los saberes previos.

En la misma dirección, se establece que el diseño de unidades didácticas le permite al docente tomar decisiones en cuanto a los contenidos y planteamiento de actividades, con el fin de cumplir objetivos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. En el diseño, “El profesor concreta objetivos, contenidos, actividades, recursos y materiales, instrumentos de evaluación y selección de estrategias metodológicas” (Godino, Batanero y Font, 2003, p.111).

Del mismo modo, Waldegg (citado en Camargo y Guzmán, 2005) plantea que “una propuesta didáctica implica diseñar actividades novedosas y significativas para los estudiantes, procurando enmarcarlas en contextos motivantes, que estimulen el desafío intelectual y den lugar a la modificación de las estructuras previas” (p.56). El diseño de una unidad didáctica es una herramienta

de apoyo que permite adaptar cada temática y, por ende, mejorar las prácticas educativas, transformando así el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, donde el estudiante es participe del desarrollo de las situaciones propuestas adecuadas al contexto de manera significativa.

El artículo se encuentra organizado en cuatro momentos: un primer momento aborda la metodología, en donde se describen las fases del proceso investigativo; un segundo momento presenta los resultados obtenidos en las tres fases planteadas en la metodología; el tercer momento corresponde a la discusión de resultados; el cuarto momento hace alusión a las conclusiones que surgieron de la investigación.

Metodología

La investigación se enmarcó en el paradigma cualitativo con un enfoque crítico social, el cual “centra su objeto de conocimiento y su finalidad en la práctica, parte de ella y vuelve a ella para cambiarla, su fin no es verificar hipótesis sino dinamizar procesos” (Castillo, Jaimes y Chaparro, 2001, p.34). Este enfoque busca que la investigación transforme la realidad de manera auto-reflexiva y crítica, para generar cambios en la práctica educativa.

El tipo de investigación adoptada fue la Investigación Acción, la cual es descrita por Elliott (citado en McKernan, 2001) como “el estudio de una situación social con miras a mejorar la calidad de la acción dentro de ella” (p.24). Es así que, al mejorar el entorno escolar a través de una reflexión que transforme las prácticas, la comunidad se convierte en el receptor de la acción o cambio. En este sentido, la investigación implicó una reflexión con el fin de cambiar la práctica docente, teniendo en cuenta un problema de la realidad en el contexto escolar, para desarrollar las competencias matemáticas de comunicación y modelación en los estudiantes de grado quinto de primaria.

La presente investigación se desarrolló en la sede Antonio Ricaurte del municipio de Ramiriquí-Boyacá; para el año 2016, contó con una población estudiantil de 177 estudiantes de los grados cuarto y quinto, entre niños y niñas. La población objeto de estudio fue de 90 estudiantes pertenecientes a los tres grados de quinto de primaria. La unidad de análisis se seleccionó de manera intencional, de los grados 5-1, 5-2 y 5-3, en donde participaron 30 estudiantes, 17 niños y 13 niñas, en edades entre 9 y 12 años, provenientes de la zona rural y urbana. Los estudiantes seleccionados tienen un desempeño promedio en el área de matemáticas y participaron de manera

voluntaria mostrando interés por hacer parte del proyecto de investigación. Así mismo, dentro de los aspectos éticos de la investigación, se solicitó tanto el permiso a las directivas institucionales como a los padres de familia o acudientes de los estudiantes para poder realizar el registro audiovisual.

En el diseño metodológico se contemplaron tres fases para cumplir con los objetivos propuestos, y recolectar la información requerida para el análisis de la investigación. En la primera fase se elaboró un diagnóstico, para lo cual se analizaron las pruebas saber de los años 2012 al 2015; además, se diseñó y aplicó una prueba diagnóstica teniendo en cuenta criterios de evaluación en cada uno de los componentes: numérico-variacional, aleatorio, y geométrico-métrico, con el fin de identificar las dificultades en las competencias de comunicación y modelación. (ver tabla 1).

Tabla 1. Criterios de evaluación prueba diagnóstica.

Competencias Comunicación y Modelación	
Componente	Criterios a evaluar
Numérico-variacional	<ul style="list-style-type: none">• Reconoce significado del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización).• Describe e interpreta propiedades de los números y operaciones.• Traduce relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente.
Aleatorio	<ul style="list-style-type: none">• Interpreta cualitativamente datos relativos a situaciones del entorno escolar.• Representa un conjunto de datos e interpreta representaciones gráficas.• Expresa el grado de probabilidad de un suceso.
Geométrico-métrico	<ul style="list-style-type: none">• Diferencia atributos mesurables de los objetos y eventos en diferentes situaciones.• Identifica unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones.• Utiliza sistemas de coordenadas para especificar localizaciones

Fuente: Contreras (2013, p. 69).

En una segunda fase, se diseñó una unidad didáctica basada en tres situaciones problemas, enfocadas a desarrollar las competencias de comunicación y modelación, en las cuales se tuvo en cuenta los tres componentes evaluados: numérico-variacional, aleatorio, y geométrico-métrico. El diseño de la unidad didáctica se planteó a partir de tres situaciones problema, las cuales se estructuraron mediante del modelo de Camargo y Guzmán (2005). (ver tabla 2).

Tabla 2. Estructura situaciones problemas.

Momentos	Actividades
Diseño	Enunciado Objetivo Saberes que movilizan la situación problema Saberes nuevos que involucra la situación Dificultades que se prevén
Intervención	Acciones de los estudiantes Validación Proceso de Institucionalización

Fuente: Elaboración propia, a partir de Camargo y Guzmán (2005).

En la tercera fase se determinaron los beneficios de la unidad didáctica en las competencias de comunicación y modelación, a partir del análisis de los resultados obtenidos luego de la implementación y la aplicación de la prueba final.

De acuerdo con el tipo de investigación, se utilizaron como técnicas para la recolección de datos: el análisis de documentos (Sandoval, 2002) y la observación participante (García Gil y Rodríguez, 1999). El análisis de documentos se utilizó a partir de los resultados de las pruebas estandarizadas externas (pruebas saber de los años 2012 al 2015) y las guías desarrolladas por los estudiantes. El proceso de observación se dio en el aula durante el desarrollo de las tres situaciones problemas, el cual permitió recaudar información sobre aspectos relevantes de los estudiantes en el desarrollo de las competencias de comunicación y modelación.

Los instrumentos utilizados en la técnica de análisis de documentos para la recolección de información, fueron: los resultados pruebas estandarizadas externas (Saber de los años 2012, 2013, 2014 y 2015), prueba diagnóstica (cuestionario preguntas abiertas), guía de cada situación problema de la unidad didáctica y la prueba final (cuestionario preguntas abiertas). En cuanto a la técnica de observación, se utilizaron como instrumentos: las notas de campo (anotaciones interpretativas), el registro audiovisual y la planimetría de la distribución espacial del aula de clase.

En la investigación, se utilizó la triangulación de instrumentos y técnicas para cumplir con los objetivos propuestos, la cual se realizó al contrastar imágenes, diálogos, observación y el material producido por los estudiantes. En este sentido, Bonilla y Rodríguez (1997) plantean la triangulación como

el “contraste de los resultados mediante el uso de informantes, fuentes de información u observadores diferentes” (p. 284).

El proceso de análisis de datos partió de relacionar el marco teórico correspondiente a los lineamientos curriculares de matemáticas, en donde se plantean características específicas de las competencias de comunicación y modelación, y al material recopilado a partir de los instrumentos y técnicas utilizadas en la metodología. De esta relación, se estableció la categorización, que según Miguélez (2008), es definida como “El proceso de tratar de asignar categorías o clases significativas, de ir constantemente diseñando y rediseñando” (p. 176). Para la investigación, se establecieron las categorías inductivas de comunicación y modelación con sus respectivas subcategorías.

Resultados

Se presentan los resultados obtenidos en las tres fases planteadas en el diseño metodológico. La Primera fase corresponde al diagnóstico, el cual se elaboró a partir del análisis de las pruebas estandarizadas saber de los años 2012 al 2015, donde los resultados evidenciaron que los estudiantes presentan desempeños bajos en el área de matemáticas, los cuales se encuentran en el nivel de insuficiente, ya que no superan las preguntas de menor complejidad que la prueba presenta. Adicionalmente, sobre estas pruebas se realizó el análisis comparativo de las competencias y componentes, en donde se evidenció la debilidad en las competencias de comunicación, representación y modelación, de forma continua, durante los tres últimos años.

De igual modo, el análisis de los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, evidenció que en el componente numérico-variacional los estudiantes no comprenden las propiedades de los números y las operaciones para solucionar problemas; en el componente aleatorio, no comprendieron el concepto de probabilidad dentro de un suceso; y, en el componente geométrico-métrico, mostraron dificultad en el uso de coordenadas para especificar localizaciones. Estos resultados confirmaron las deficiencias que presentan los estudiantes en el área de matemática, en cuanto a las competencias de comunicación y modelación, las cuales son fundamentales para relacionar significativamente las representaciones físicas, gráficas y simbólicas con los conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas.

La segunda fase correspondió al diseño de la unidad didáctica, a partir de las dificultades evidenciadas en el análisis de las pruebas saber y en la prueba

diagnóstica. Para el diseño, se adaptó la estructura que menciona Camargo y Guzmán (2005), a partir de tres situaciones problemas, denominadas así: N°1 construcción de la pirámide, donde el objetivo fue desarrollar el componente numérico-variacional y geométrico-métrico; N°2 pista de carros, en donde el objetivo fue comprender el concepto de probabilidad y clases de eventos, buscando así desarrollar el componente numérico-variacional y aleatorio. En la N°3 ubicación en el plano, consistió en desarrollar el componente geométrico-métrico y, específicamente, la localización y uso de coordenadas en el contexto local.

En la tercera fase se recopilaron los resultados de las tres situaciones problemas, partiendo de la estructura en cada situación, las guías de trabajo desarrolladas por los estudiantes y las observaciones de los registros audiovisuales. Esta información se analizó con el fin de evidenciar el desarrollo de las competencias de comunicación y modelación en matemáticas, siguiendo el modelo de (Strauss y Corbin, 2002).

De acuerdo con la estructura establecida en el diseño de la unidad didáctica, a continuación se describen los resultados del desarrollo de las tres situaciones problemas.

Análisis de la situación problema N°1. Se desarrolló en tres horas de clase, la sesión de trabajo se realizó en 6 grupos de 5 estudiantes, cada grupo contó con 204 cubos de madera de 2.5 cm, un metro y las fotocopias de las guías de trabajo. Inicialmente, se entregó el material y se dejó un momento de exploración, en donde los estudiantes iniciaron a construir el modelo de pirámide que conocían. Se describen dos momentos: el diseño planteado por los docentes y la intervención por parte de los estudiantes al desarrollar la situación. (ver tabla 3)

Tabla 3. Resultados estructura situación problema N°1.

Momentos	Actividades	N° 1. Construcción de la Pirámide
Diseño	Enunciado	A partir de cubos de madera, determinar la cantidad mínima con la que se puede construir una pirámide de base cuadrada. Además, averiguar ¿cuál sería su base para un número de cubos específicos?
	Objetivo	Desarrollar el componente numérico-variacional y geométrico-métrico.
	Saberes que movilizan la situación problema	Conceptos de suma, multiplicación, unidades de longitud, perímetro, área, lado, vértice, arista, base.
	Saberes nuevos que involucra la situación	Esta situación relacionó conceptos de potenciación aplicada en un contexto real, los esquemas al construir cada uno de los niveles de la pirámide, la relación entre cantidad constante y variable, en donde los estudiantes identificaron el significado de base cuadrada, para ser expresada en forma de potencia.
	Dificultades que se prevén	En algunos grupos se presentó dificultad para hallar el perímetro y el área, porque confundieron la aplicación de la operación. Otra dificultad al inicio, fue transcribir el proceso a un modelo matemático y cómo hallar el volumen del cubo.
Intervención	Acciones de los estudiantes	Se propuso para que los estudiantes, mediante el trabajo en grupo, observaran, analizaran, esquematizaran y registraran los datos obtenidos al construir la pirámide de base cuadrada, haciendo uso del lenguaje matemático al simbolizar y determinar la cantidad de cubos de madera que debía tener cada uno de los 8 niveles planteados, entendiéndose por nivel la altura y por base la cantidad de cubos que soporta un nivel.
	Validación y socialización	Al terminar la sesión, los estudiantes expusieron en plenaria la representación del modelo matemático para cada nivel de la pirámide, se apropiaron de los saberes que movilizaron y repasaron conceptos, fórmulas y tablas de multiplicar. Además, manifestaron que, en el proceso de la construcción de la pirámide, el trabajo en grupo fue importante, porque permitió interactuar, de manera productiva y significativa, en el desarrollo de la situación problema planteada.
	Proceso de Institucionalización	Se aclaran conceptos de suma para hallar el perímetro; de multiplicación, para el área y el volumen; y cómo expresar la base de cada nivel en forma de potencia. Lo anterior con el fin de fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Camargo y Guzmán (2005).

Según el objetivo planteado en esta situación problema, los estudiantes desarrollaron el componente numérico-variacional al comprender la utilización del número en las estructuras aditivas y multiplicativas que daban respuesta a la operación, esto facilitó la aplicación apropiada de la operación para resolver las preguntas planteadas. Cabe resaltar que, para la construcción de la pirámide, tuvieron en cuenta la regularidad de base cuadrada en cada nivel, lo cual se evidencia al formar el siguiente nivel y su modelo matemático. En cuanto al componente geométrico-métrico, se evidenció al manipular los cubos, medir sus lados, seleccionar unidades de medida, que les permitió hallar el área, perímetro y volumen.

El desarrollo de la competencia de comunicación se evidenció a medida que interactuaban los grupos, se observó participación puesto que aportaban desde sus conocimientos previos a la solución de cada una de las preguntas, se generó discusión al expresar puntos de vista de manera oral y escrita, también explicaban el porqué de su respuesta, lo que ayudó en la construcción del significado. Así mismo, la competencia de modelación se evidenció al medir y comparar magnitudes de longitud, área y perímetro, lo cual permitió comprender y resignificar conceptos matemáticos. En el transcurso de todo el proceso para desarrollar la guía y construir la pirámide, se evidenció el trabajo colaborativo, lo que facilitó el completar el modelo de esta manera, al manipular los cubos, medir sus lados, seleccionar unidades de medida, se desarrolló el componente geométrico-métrico.



Figura 1. Modelo de la base cuadrada de los niveles. **Figura 2.** Ensamble de niveles de la pirámide.

Análisis de la situación problema N°2. Se desarrolló en tres horas de clase, en 5 grupos de 6 estudiantes, cada grupo contó con 12 carros enumerados, una pista elaborada en cartulina, dos dados y fotocopias de la guía de trabajo. Se describen dos momentos: el diseño planteado por los docentes, y la intervención por parte de los estudiantes al desarrollar la situación. (ver tabla 4).

Tabla 4. Resultados estructura situación problema N°2.

Momentos	Actividades	N° 2 Pista de carros
Diseño	Enunciado	La situación se realizó en dos momentos. En un primer momento, cada estudiante seleccionó un carro enumerado del 1 al 6, el cual ubicó en su respectivo carril y con un dado por turnos realizaron lanzamientos que permitió avanzar una posición a la vez dependiendo si la numeración del carro coincidía con el número obtenido en el dado. En el segundo momento, cada estudiante escogió dos carros enumerados del 1 al 12, los cuales avanzaba según el número obtenido en el lanzamiento con los dos dados, hasta que alguno llegara a la meta.
	Objetivo	Comprender conceptos de probabilidad y clases de eventos, buscando así desarrollar el componente numérico-variacional y aleatorio.
	Saberes que movilizan la situación problema	Conceptos de números pares e impares, mayor y menor, combinaciones obtenidas de los dados, tabla de frecuencia y diagrama de barras.
	Saberes nuevos que involucra la situación	Esta situación involucró conceptos como: espacio muestral, sucesos compuestos, compatibles, conceptos estadísticos sobre frecuencia absoluta.
	Dificultades que se prevén	Expresaron dificultad al hallar las combinaciones de los números y algunas clases de eventos.
Intervención	Acciones de los estudiantes	Determinar la probabilidad de un suceso, a partir de la exploración en un experimento aleatorio planteado en la situación problema.
	Validación y socialización	Los estudiantes manifestaron en el primer momento que cualquier carro podía ganar, porque tenían las mismas oportunidades de lanzamiento; sin embargo, en esta situación fue determinante el factor suerte. Mientras que, en el segundo momento la situación se determinó por el máximo de combinaciones con las cuales se forma el número. Así mismo, les pareció más emocionante, por cuanto creían que el lanzar los dos dados permitiría avanzar más rápido; no obstante, en el transcurrir del juego, el estudiante con el carro número 1 comprendió que iba a perder, porque con los dos dados era imposible obtener el número. Esta situación permitió fortalecer las representaciones gráficas.
	Proceso de Institucionalización	Se abordaron conceptos de probabilidad, al suponer qué carro ganaría la competencia, a su vez, se explicó cuándo un suceso es posible, seguro o probable. El registrar las posibles combinaciones de los números y los diagramas de barras, facilitó a los estudiantes organizar, graficar e interpretar los datos obtenidos.

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Camargo y Guzmán (2005).

El componente numérico variacional se evidenció al comprender y reconocer la clase de eventos que se presentan de acuerdo con un suceso probable, improbable y seguro en el juego de la pista de carros. Los estudiantes, en el primer momento, desarrollaron el componente aleatorio a partir del proceso de probabilidad, puesto que al realizar los lanzamientos no tenían la certeza de quién iba a ganar; luego, en el segundo momento, el proceso se dio a partir de las combinaciones de los números de dos dados. La competencia de comunicación se desarrolló al expresar e intercambiar ideas en cuanto a los resultados obtenidos de acuerdo con la situación, comprendieron que todos tenían la misma oportunidad de ganar; pero, el factor suerte influyó en los resultados. La competencia de modelación se evidenció a partir del análisis de tablas y gráficas obtenidas de la situación, lo cual permitió que el estudiante modelara la situación en expresiones matemáticas y gráficas.



Figura 3. Avance del juego.



Figura 4. Registro de combinaciones.

Análisis de la situación problema N°3. Se desarrolló en tres horas de clase. La sesión de trabajo se realizó en 6 grupos de 5 estudiantes en dos momentos, en donde cada estudiante contó con 2 fotocopias del plano del municipio de Ramiriquí (obtenido de la oficina de planeación municipal) para ubicar diferentes lugares mediante el uso de coordenadas, que permitieran desarrollar habilidades de orientación y ubicación dentro del contexto local, y desarrollar por grupos la guía de trabajo. Inicialmente, la docente explicó la ubicación del mapa teniendo en cuenta los puntos cardinales, también el sentido de las calles y las carreras. A continuación, se describen dos momentos: el diseño planteado por los docentes, y la intervención por parte de los estudiantes al desarrollar la situación. (ver tabla 5).

Tabla 5. Resultados estructura situación problema N° 3.

Momentos	Actividades	N° 3. Ubicación en el Plano
Diseño	Enunciado	Teniendo como referencia el plano del municipio de Ramiriquí-Boyacá, ubicar diferentes lugares mediante el uso de coordenadas, para desarrollar habilidades de orientación y ubicación dentro del contexto local.
	Objetivo	Desarrollar el componente geométrico-métrico y, específicamente, la localización y uso de coordenadas en el contexto local.
	Saberes que movilizan la situación problema	Conceptos de recta, segmento, parejas ordenadas, ejes del plano, ángulos, polígono, calles, carreras, puntos cardinales y conversiones.
	Saberes nuevos que involucra la situación	Región, fronteras y cuadras.
	Dificultades que se prevén	La mayor dificultad se presentó en el proceso de conversiones.
Intervención	Acciones de los estudiantes	La situación se propone para que los estudiantes desarrollen la habilidad de localización en un plano con fin de ubicarse y orientarse en él. Observando e identificando calles y carreras de los diferentes sitios del municipio de Ramiriquí e interpretando medidas de longitud.
	Validación y socialización	Los estudiantes manifestaron que la situación en el primer plano fue fácil, por cuanto el ubicar las calles, carreras y sitios representativos les pareció familiar, ya que diariamente transitan por ellas. También se apropiaron del concepto de cuadra, utilizando colores para señalar la ruta establecida. En el segundo plano se trabajó parejas ordenadas, unidad de medida y construcción de regiones. En donde los estudiantes mostraron interés al calcular las distancias teniendo en cuenta la unidad de medida entre los diferentes sitios establecidos, les pareció divertido encontrar los puntos de las parejas ordenadas para trazar un polígono que, al colorearlo, representó la región dentro del plano. En lo que se refiere a unidades de longitud, presentaron dificultad por cuanto no tenían claro el proceso de conversión.
	Proceso de Institucionalización	Se explicó la noción de escala a través de la observación del plano. Partiendo de la elaboración geométrica planteada por los estudiantes, se definió el concepto de región y se aclararon dudas en cuanto a conversión de unidades. Esta situación permitió desarrollar el pensamiento geométrico y la localización en el plano.

Fuente: Elaboración propia, adaptado de Camargo y Guzmán (2005).

En esta situación, los estudiantes desarrollaron el componente geométrico-métrico a través de la localización, la unión de parejas ordenadas, el trazo de figuras geométricas y la utilización de medida al resolver las preguntas planteadas. La competencia de comunicación se desarrolló al escuchar y discutir los recorridos de los compañeros por determinar la dirección de calles y carreras, también al expresar lo que representaba el sitio por su afinidad; así mismo, el trabajo en grupo permitió la colaboración al explicar y comparar las respuestas para comprender conceptos. A medida que ubicaban los puntos y parejas ordenadas, reconocieron la importancia del plano y la relación de los ejes (X y Y). En cuanto a la competencia de modelación, el trazo de las líneas, y la aplicación de color al unir los puntos para hallar la figura, desarrolló en los estudiantes la coordinación visomotriz, la visualización y la graficación del recorrido de manera significativa.



Figura 5. Trazos de recorridos.

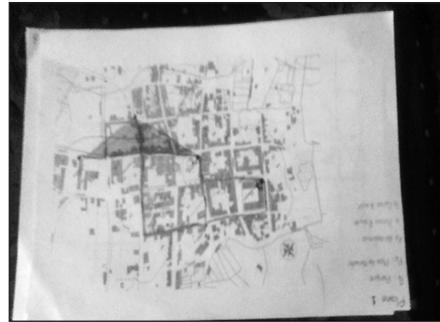


Figura 6. Trazos de recorridos.

Luego de la implementación de la unidad didáctica y la aplicación de la prueba final, los resultados en cuanto al componente numérico-variacional mostraron avances significativos en cada una de las preguntas; sin embargo, aún se les dificulta describir e interpretar propiedades de los números y operaciones. De igual manera, en el componente aleatorio se lograron avances importantes en la comprensión e interpretación al organizar datos en tablas, gráficos y pictogramas, aun así, algunos estudiantes tienen dificultad en la identificación de los eventos de probabilidad. En el componente geométrico-métrico, los estudiantes mejoraron sus procesos de aprendizaje en cuanto al reconocimiento del metro como unidad de medida de longitud, se reflejó un progreso en la utilización de sistema de coordenadas, aunque todavía presentan dificultad en la orientación con respecto a los puntos cardinales.

Discusión

El diseñar la unidad didáctica basada en resolución de problemas, bajo la estructura de Camargo y Guzmán (2005), constituye un aporte metodológico en la organización de las tres situaciones problemas, teniendo presente que el plantear objetivos claros y establecer temas permitió que los estudiantes aplicaran los saberes previos, desarrollaran habilidades y fortalecieran los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. A partir de la experiencia en el aula el utilizar esta metodología, se generó una reflexión en torno al quehacer pedagógico y transformación de la práctica, en donde los estudiantes participaron de manera activa en la construcción de conceptos.

En el momento de la intervención, los estudiantes, mediante el trabajo en grupo, buscaron estrategias para dar respuesta a las situaciones problemas a través de gráficas, esquemas y expresiones matemáticas; del mismo modo, la plenaria permitió la contrastación por medio de la discusión en cada una de las respuestas, lo que conllevó a fortalecer la competencia de comunicación y modelación. También, el proceso de construcción y apropiación de nuevos conceptos se evidenció en la institucionalización.

En el proceso de desarrollar la competencia de comunicación, se evidenció en las tres situaciones desarrolladas con la interacción del trabajo en grupo, permitiendo a los estudiantes expresar e interpretar cada una de las preguntas planteadas, de manera significativa, mejorando su aprendizaje y apropiaron de conceptos matemáticos, como lo plantea el MEN (1998). Así mismo, los estudiantes mostraron seguridad al expresar sus puntos de vista logrando fluidez verbal, al comprender e interpretar cada una las situaciones problemas, puesto que al observar y conjeturar adquirieron la habilidad para construir significado a partir de la interacción con los compañeros, docentes y la manipulación del material.

En cuanto a la competencia de modelación, el MEN (1998), plantea que, a través de la experimentación, se fortalecen los procesos para la construcción de conceptos matemáticos. Con las situaciones problemas, los estudiantes al tener contacto con el material realizaron la construcción de la pirámide a través de mediciones, comparaciones de magnitudes y transferencia de la situación a un modelo matemático; también, con el concepto de probabilidad, el reconocimiento de regularidades de cada situación y la representación en tablas y gráficas, desarrollaron parámetros de la modelación gráfica. Así mismo, al trabajar con el plano en cuanto a ubicación y el trazado de recorridos, desarrolló la coordinación visomotriz.

Así mismo, el utilizar diagramas o esquemas fortaleció la comprensión de las situaciones problemas de una forma clara, lo que facilitó la visualización del modelo para transferirlo a expresiones matemáticas desarrollando el proceso de esquematización, como lo plantea Sánchez (citado en Márquez, 2014).

Los beneficios de la implementación de la unidad didáctica se dieron a partir de las acciones de los estudiantes al promover el aprendizaje matemático y el desarrollo de las competencias de comunicación y modelación, que se dio a través de la interacción entre compañeros y docentes, lo cual permitió la construcción y adquisición de nuevos conceptos. Para el docente, al identificar y analizar cada situación, se desarrolló la habilidad para distinguir las características de las situaciones y plantear soluciones; de igual forma, se comprobó que la modelación gráfica estimuló cambios en el aprendizaje y despertó el interés de los estudiantes al comprender, aplicar y comprobar procedimientos para solucionar situaciones problemas de diferentes formas.

Conclusiones

Cada una de las situaciones problemas planteadas en la unidad didáctica, fortaleció las competencias de comunicación y modelación, en donde los estudiantes desarrollaron procesos matemáticos de interpretación, observación, descripción, esquematización, análisis e integración de conceptos. Además, exploraron otras formas de abordar situaciones problema convirtiéndolas en una experiencia significativa.

La implementación de la unidad didáctica fue una estrategia motivante para los estudiantes, ya que cada situación fue diferente. De igual manera, el juego y el contacto con el material permitió el trabajo colaborativo, participativo y la apropiación de conceptos en el proceso enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, lo que contribuyó al desarrollo de las competencias de comunicación y modelación de los estudiantes de grado quinto.

La unidad didáctica aportó a las competencias de comunicación, porque permitió que los estudiantes a través del trabajo en grupo expresaran sus ideas, comprendieran significados, por medio de la observación e interacción. De igual manera, la competencia de modelación se fortaleció con las tres situaciones problemas, porque el estudiante demostró la capacidad de identificar, y esquematizar a través de la formulación de modelos; además, permitió transferir un problema a una expresión matemática.

El desarrollar las competencias de comunicación y modelación permitió que, en los resultados de la prueba final, se evidenciará un progreso en los componentes numérico-variacional, aleatorio y geométrico-métrico, por cuanto los estudiantes al resolver los problemas planteados demostraron confianza y seguridad al aplicar los conceptos, procesos y procedimientos adquiridos, de manera significativa; es así que, la implementación de la unidad didáctica mejoró los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Referencias

- Bahamonte, S., & Vicuña, J. (2011). *Resolución problemas matemáticos*. Chile: Universidad Magallanes.
- Barajas, P. (2013). *Estrategias de aprendizaje basadas en la resolución de problemas* (Tesis de maestría en educación). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia.
- Bassanezi, R. C., & Salett, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación un nuevo método de enseñanza. *Revista didáctica de las matemáticas*, (32), 13-25.
- Bonilla, E. R., & Rodríguez, P. (1997). *Más allá del dilema de los métodos: La investigación en Ciencias Sociales* (3ª ed.). Bogotá: Editorial Norma.
- Camargo, L., & Guzmán, A. (2005). *Elementos para una didáctica de pensamiento variacional*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Castillo, N., Jaimes, G., & Chaparro, R. O. (2001). La investigación acción participación (IAP). En *Una aproximación a la investigación cualitativa*, (pp. 85-89). Tunja: Editorial Sección de publicación UPTC.
- Contreras, M. (2013). *Cómo elaborar preguntas y pruebas escritas para evaluar competencias matemáticas*. Bogotá: Editorial Tiempo de leer.
- D' Amore, B., Godino, J., & Fandiño, M. (2008). *Competencias y matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- García, E., Gil, J., & Rodríguez, G. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Archidona, Málaga: Ediciones Aljibe S.L.
- Godino, J.D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas*. España: Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

- Hein, N., & Salett, M. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Revista Educación Matemática*, (16), 105-125.
- Márquez, R. P., (2014). *Cómo desarrollar habilidades del pensamiento*. Bogotá: Ediciones de la U.
- Mckernan, J. (2001). *Investigación acción y currículo*. Madrid: Ediciones Morata.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares: Área de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2015). *Matriz de Referencia Matemáticas*. Recuperado de http://sigaweb.com.co/sites/default/files/dba/matriz_de_referencia_matematicas_3-5-9_2015.pdf
- Miguélez, M. (2008). *Epistemología y metodología cualitativa en las ciencias sociales*. México: Trillas.
- Sandoval, C. (2002). *Investigación cualitativa. Programa de Especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social*. Bogotá, Colombia: Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior.
- Santos, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos fundamentos cognitivos*. México: Editorial Trillas.
- Strauss, A. L., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquia.